

Résolution, diffraction et échantillonnage

Askar 131F + ZWO ASI533MM Pro — synthèse de la conversation sur la séparation de deux étoiles

Instrument	Askar 131F
Diamètre de l'objectif	131 mm
Focale	983 mm
Caméra	ZWO ASI533MM Pro monochrome
Taille d'un pixel	3,76 μm
Longueur d'onde étudiée	550 nm
Échantillonnage obtenu	0.789"/pixel $\approx$ 0,79"/pixel

Objet du document

Visualiser à quelles conditions deux étoiles très proches peuvent être distinguées, puis comprendre comment la diffraction et la taille des pixels de la caméra interviennent ensemble.

Les valeurs ci-dessous sont des limites théoriques calculées pour une optique parfaite. Le seeing, la mise au point, le suivi et les défauts mécaniques élargissent la FWHM réellement mesurée sur les photographies.

1. Les trois grandeurs à ne pas confondre

Grandeur	Signification	Valeur à 550 nm
Critère de Rayleigh	Séparation centre à centre donnant deux sources théoriquement résolues.	1.057" $\approx$ 1,05"
FWHM de diffraction	Largeur d'un profil d'étoile entre les deux points où son intensité tombe à 50 % du maximum.	0.890" $\approx$ 0,89"
Échantillonnage	Angle du ciel représenté par un pixel de la caméra.	0.789"/pixel

Formule de Rayleigh

$$\theta_R \text{ (radian)} = 1,22 \times \lambda / D$$

Avec $\lambda = 550 \times 10^{-9}$ m et $D = 0,131$ m :

$$\theta_R = 1,056''$$

Formule de la FWHM de diffraction

$$\text{FWHM (radian)} = 1,028 \times \lambda / D$$

$$\text{FWHM (seconde d'arc)} = 0,21204 \times \lambda(\text{nm}) / D(\text{mm})$$

$$\text{FWHM} = 0,21204 \times 550 / 131 = 0,890''$$

La FWHM ne représente pas le bord de toute la lumière : la tache d'Airy continue au-delà. Elle mesure seulement la largeur à mi-hauteur du pic principal.

2. Pourquoi les deux FWHM peuvent être séparées alors que les étoiles se recouvrent

Question abordée

Si les centres sont séparés de 1,05" et que chaque FWHM mesure 0,89", ne reste-t-il pas un espace vide entre les deux étoiles ?

Réponse

Il reste bien un intervalle entre les deux limites à 50 % :

$$1.057'' - 0.890'' = 0.166'' \approx 0,17''$$

Mais ce n'est pas un espace sans lumière. Les ailes des deux figures de diffraction s'étendent au-delà de leur FWHM et se recouvrent.

Au milieu des deux centres, chaque étoile apporte environ 36,8 % de son intensité maximale. Les intensités de deux étoiles indépendantes s'additionnent point par point :

$$36,8 \% + 36,8 \% = 73,6 \%$$

L'intensité descend donc entre les deux sommets puis remonte. Cette dépression intermédiaire permet de reconnaître deux étoiles plutôt qu'une seule tache parfaitement ronde.

Image intuitive retenue

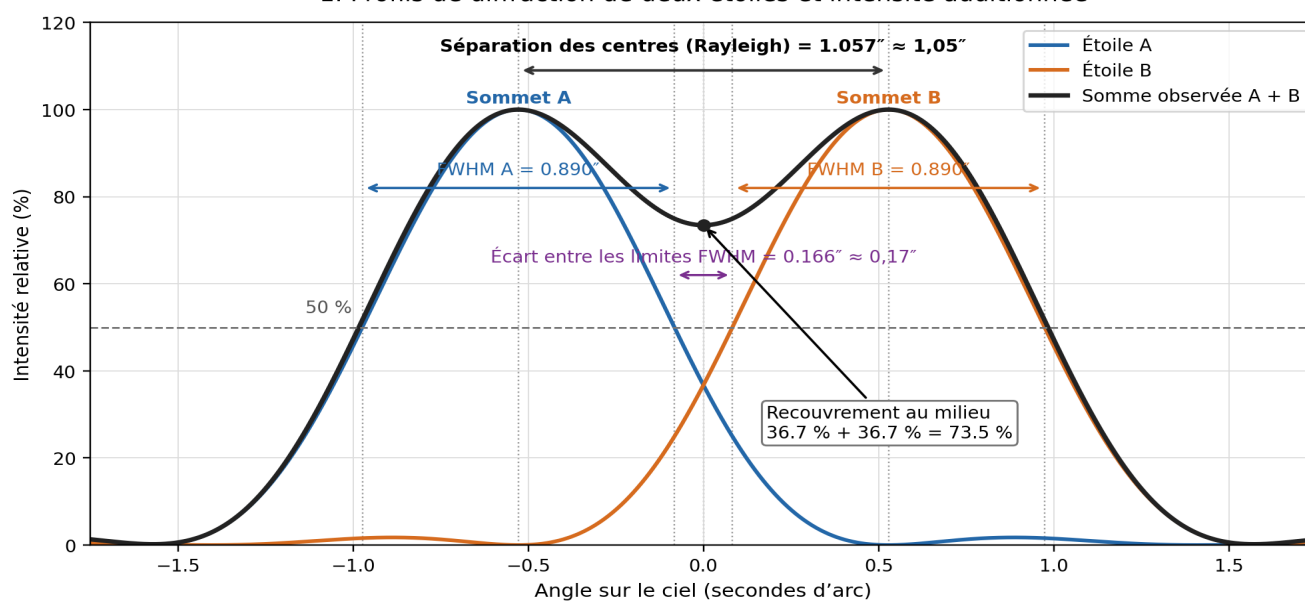
La figure évoque en négatif une monture de lunettes : deux zones rondes épaisses, avec des bords diffus et transparents qui se superposent au centre.

3. Schéma récapitulatif construit pendant la conversation

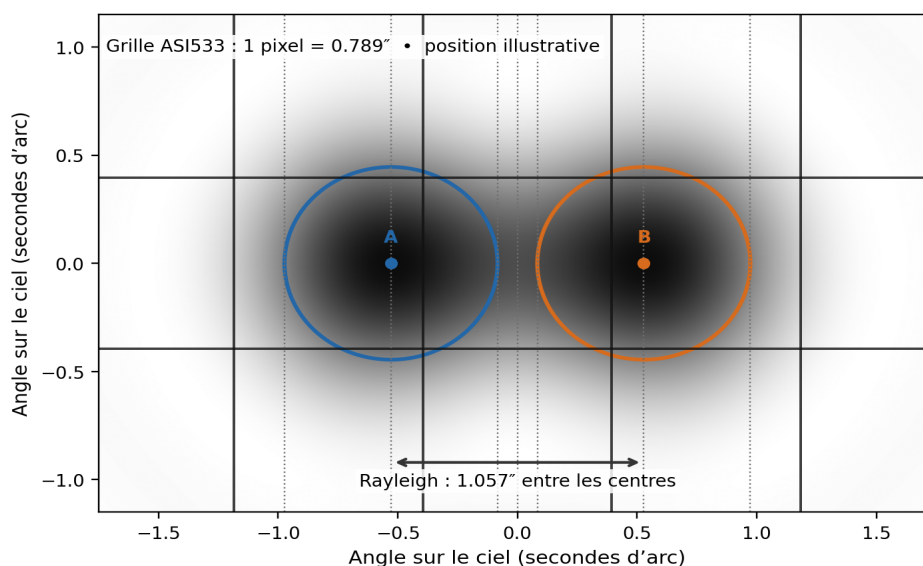
Le tracé supérieur montre les intensités individuelles de A et B et leur somme. Le tracé inférieur traduit la même situation sous forme d'image de diffraction et superpose la grille des pixels.

Askar 131F à 550 nm — séparation de deux étoiles selon Rayleigh

1. Profils de diffraction de deux étoiles et intensité additionnée



2. Figures de diffraction bidimensionnelles et pixels de l'ASI533



La position de la grille est illustrative : dans une photographie réelle, le centre d'une étoile peut tomber au centre d'un pixel, sur un bord ou à l'intersection de plusieurs pixels.

4. Calcul de l'échantillonnage de l'ASI533MM Pro

Les deux données nécessaires

Symbole	Dénomination complète	Valeur
p	Largeur physique d'un pixel de l'ASI533MM Pro	3,76 μm
f	Distance focale de l'Askar 131F sans réducteur	983 mm
E	Échantillonnage recherché	seconde d'arc/pixel

$$E(\text{"/pixel}) = 206,265 \times p(\mu\text{m}) / f(\text{mm})$$

$$E = 206,265 \times 3,76 / 983 = 0,789\text{"/pixel}$$

Chaque pixel représente donc un carré d'environ $0,789'' \times 0,789''$ sur le ciel.

Nombre de pixels couvrant la FWHM théorique

$$N = \text{FWHM} / E = 0,890 / 0,789 = 1,13 \text{ pixel}$$

En conditions optiques et atmosphériques parfaites, la FWHM de diffraction ne couvre donc que 1,13 pixel : la caméra sous-échantillonne légèrement la limite de diffraction de la 131F.

Échantillonnage de Nyquist

$$E_{\text{Nyquist}}(\text{"/pixel}) = 0,10313 \times \lambda(\text{nm}) / D(\text{mm})$$

$$E_{\text{Nyquist}} = 0,10313 \times 550 / 131 = 0,433\text{"/pixel}$$

Un échantillonnage de $0,433''/\text{pixel}$ placerait la FWHM sur environ 2,06 pixels. C'est la condition théorique stricte pour conserver toute l'information transmise par une ouverture parfaite à 550 nm.

5. Règles pratiques : sous-échantillonnage et suréchantillonnage

FWHM observée en pixels	Interprétation pratique
Moins de 2 pixels	Sous-échantillonnage : la caméra peut perdre une partie des détails présents.
2 à 3 pixels	Zone généralement efficace pour exploiter les détails sans disperser inutilement le signal.
3 à 4 pixels	Suréchantillonnage modéré, habituellement acceptable.
Beaucoup plus de 4 pixels	Pixels supplémentaires mais peu ou pas d'information supplémentaire si le seeing limite déjà l'image.

La taille des fichiers n'est pas directement déterminée par l'échantillonnage

Avec la même ASI533 plein format, le fichier contient toujours 3008 × 3008 pixels, quelle que soit la focale. Une focale différente modifie l'angle couvert par chaque pixel, pas le nombre de pixels du fichier.

Les vrais effets d'un fort suréchantillonnage

- Le même signal est réparti sur davantage de pixels.
- Le rapport signal/bruit par pixel diminue.
- Le bruit de lecture intervient sur davantage de pixels avant leur regroupement éventuel.
- Les défauts de guidage, de mise au point ou de tilt deviennent plus visibles à 100 %.
- Aucun détail supplémentaire n'est obtenu lorsque le seeing a déjà supprimé cette information.

Application au ciel parisien

Seeing retenu	FWHM totale approximative	Pixels avec la 533	Lecture
1,0"	1,34"	1,70	Légèrement sous-échantillonné
1,5"	1,74"	2,21	Très bon
2,0"	2,19"	2,78	Très bon
2,5"	2,65"	3,36	Suréchantillonnage modéré
3,0"	3,13"	3,97	Suréchantillonné mais exploitable

Conclusion

À Paris, l'Askar 131F et l'ASI533MM Pro forment généralement un ensemble bien échantillonné, car le seeing élargit normalement les étoiles sur environ 2 à 4 pixels. La caméra est seulement sous-échantillonnée face à la limite de diffraction idéale, situation rare sur des poses longues en ville.

Pour le Lucky Imaging, les meilleures images très courtes pourraient parfois approcher davantage la limite optique. La valeur réellement déterminante sera alors la FWHM mesurée sur les meilleures brutes, et non le seeing prévu ou la seule résolution théorique.